Varying-Permeability Model

von D. E. Yount und D. C. Hoffman

Zusammenfassung von Kai Schröder

Im allgemeinen wird angenommen, daß ein linearer Zusammenhang zwischen der Größenordnung einer sicheren Druckreduzierung und dem Sättigungsgrad gilt (empirisch ermittelt):

$$p_1 = a \cdot p_2 + b \tag{1}$$

mit p_1 : momentaner Umgebungsdruck
p_2 : niedrigerer, sicherer Druck, bis zu dem aufgestiegen werden darf
a, b : const.

Durch eine Reduzierung des Umgebungsdrucks kommt es zu einer Übersättigung der Gewebe mit Inertgas. Dies führt wiederum zur Entstehung von Mikrogasblasen, welche mit sinkendem Umgebungsdruck stark wachsen und sich an verschiedenen Stellen im Körper festsetzen können und letztlich die Dekompressions-Krankheit (DCS) verursachen. Die „gebräuchlichen" Modelle (Haldane, Bühlmann etc.) gehen davon aus, daß die Mikrogasblasen beim Aufstieg vorhanden sind und versuchen, deren Auswirkungen so gering wie nötig zu halten, so daß es nicht zu einer DCS kommt.

Das *Varying-permeability model* (VPM) ist nun ein „Hohlraumbildungs"-Modell, das davon ausgeht, daß die Blasenbildung eingeleitet wird durch kugelförmige Gas-Keimzellen (die „Mikrogasblasen"). Diese sind klein genug, um in Lösung zu bleiben, andererseits aber stabil genug, um nicht zu kollabieren. Die Stabilität wird durch ein oberflächen-aktives, elastisches Häutchen gewährleistet, welches aus oberflächen-aktiven Substanzen besteht. Diese Häutchen sind im Normalfall für Gase durchlässig, bei sehr hohen Drücken (größer 8 atm) werden sie aber undurchlässig. Die Blasenradien betragen 1μm oder kleiner und ihre Dichte sinkt exponentiell mit steigendem Radius, wie experimentell gezeigt werden konnte.

Es werden keine Annahmen darüber gemacht, ob es sich um Fett- oder wässriges Gewebe handelt, wo die die Blasen entstehen oder wie sie wachsen, sich vermehren oder transportiert werden oder anderes — diese Prozesse sind bis jetzt nur unvollständig verstanden und würden somit nur zu einer Erhöhung der Zahl der Parameter führen.

Unabhängig von irgendeinem Modell wurde beobachtet, daß die Kurven für konstante Blasenzahl N in Gelatine und für eine konstante Empfindlichkeit bzw. eine effektive Dosis in Ratten und Menschen sehr ähnlich sind. Dies läßt vermuten, daß die Studien mit Gelatine und anderen wässrigen Medien für die DCS relevant sind und daß die Blasenzahl eine kritische Größe für das Eintreten von Symptomen der DCS ist.

Surfactant cavitation model (SCM) — oberflächen-aktives „Hohlraumbildungs"-Modell

Das SCM ist eine Beschreibung, wie die Gaskeime auf Druckänderungen reagieren. Oberhalb eines Anfangsradius $r_0^{\min}$ wachsen alle ursprünglich vorhandenen Gaskeime zu makroskopischen Gasblasen. Außerdem besteht eine direkte Proportionalität zwischen $r_0^{\min}$ und der Zahl der Gasblasen. Es ist gleichgültig, wie der Druckänderungsfahrplan aussieht, bei gegebenem $r_0^{\min}$ entsteht immer die gleiche Zahl N an Gasblasen.

Bei der Anwendung des Modells auf die DCS wird davon ausgegangen, daß die Stärke der DCS nur von der Zahl der Gasblasen abhängt. Es wird dagegen keine Unterscheidung zwischen verschiedenen Geweben oder unterschiedlichen Inertgasen gemacht — dies ist hier nicht notwendig.

Gegeben seien folgende Gleichungen:

$$p_{\mathrm{ss}} = p_{\mathrm{s}} - p_{\mathrm{f}} \tag{2a}$$

$$p_{\mathrm{crush}} = p_{\mathrm{m}} - p_0 \tag{2b}$$

mit p_{ss} : Übersättigungsdruck
p_{s} : Sättigungsdruck

p_f : Enddruck
p_crush : Anfangs-Kompressionsdruck
p_m : Maximaldruck
p_0 : Anfangsdruck, 1 atm

Es gilt nun weiter $p_\mathrm{s} = p_\mathrm{m} = p_1$, $p_\mathrm{f} = p_2$, $p_\mathrm{ss} = p_1 - p_2$ sowie $p_\mathrm{crush} = p_1 - p_0$.

In der Niedrigdruck-Region (kleiner 8 atm) findet folgende Gleichung Anwendung:

$$p_\mathrm{ss} = \left(\frac{\gamma}{\gamma_\mathrm{c}}\right) \cdot p_\mathrm{crush} + \frac{2\gamma(\gamma_\mathrm{c} - \gamma)}{r_0^\mathrm{min} \cdot \gamma_\mathrm{c}} \tag{3}$$

mit γ : nach innen gerichtete Oberflächenspannung des den Gaskeim umgebenden Mediums
γ_c : nach außen gerichtete Oberflächenspannung des Häutchens

Für die Hochdruck-Region, in der das Häutchen für Gas undurchlässig wird, gilt eine modifizierte Version von Gleichung (3):

$$p_\mathrm{ss} = \frac{2\gamma(\gamma_\mathrm{c} - \gamma)}{r_0^\mathrm{min} \cdot \gamma_\mathrm{c}} + \frac{(p^* - p_0)\gamma}{\gamma_\mathrm{c}} + \frac{(p_\mathrm{m} - p^*)\gamma}{\gamma_\mathrm{c} \cdot [1 + (r/B)]} \tag{4a}$$

$$\text{mit} \quad r \equiv r^*_\mathrm{min} \cdot \left(\frac{r^*_\mathrm{min}}{r_\mathrm{m}^\mathrm{min}}\right) = \frac{r^{*2}_\mathrm{min}}{r_\mathrm{m}^\mathrm{min}} \tag{4b}$$

$$B \equiv \frac{2(\gamma_\mathrm{c} - \gamma)}{\left[\tau^* \cdot \left\{\frac{r^*_\mathrm{min}}{r_\mathrm{m}^\mathrm{min}} + 1 + \frac{r_\mathrm{m}^\mathrm{min}}{r^*_\mathrm{min}}\right\}\right]} \tag{4c}$$

mit τ^* : verschwindende Gasspannung bei Einsetzen der Gasundurchlässigkeit (dissolved gas tension at the onset of impermeability)
r^*_min : minimaler Radius des Gaskeims bei Eintritt der Gasundurchlässigkeit
$r_\mathrm{m}^\mathrm{min}$: minimaler Radius des Gaskeims beim maximalen Druck $p_\mathrm{m} = p_\mathrm{s}$

Die Größenordnung von r^*_min kann bestimmt werden nach:

$$2\gamma\left(\frac{1}{r^*_\mathrm{min}} - \frac{1}{r_0^\mathrm{min}}\right) = \frac{(p^* - p_0)}{\left(\frac{\gamma_\mathrm{c}}{\gamma} - 1\right)} \tag{5a}$$

Die Größenordnung von $r_\mathrm{m}^\mathrm{min}$ kann durch Iteration der folgenden Gleichung ermittelt werden:

$$2\gamma\left(\frac{1}{r_\mathrm{m}^\mathrm{min}} - \frac{1}{r^*_\mathrm{min}}\right) = \frac{(p_\mathrm{m} - p^*)}{\left(\frac{\gamma_\mathrm{c}}{\gamma} - 1\right) \cdot \left(1 + \frac{r}{B}\right)} \tag{5b}$$

Es wird angenommen, daß p_0, p_m, p_crush, p_ss, γ und τ^* bei Einsetzen der Gasundurchlässigkeit gemessen, berechnet oder sonstwie bekannt sind.

Damit enthält (4a) nur drei unabhängige Modellparameter r_0^min, γ_c und p^*. (4a) reduziert sich weiter zu (3), wenn $p_\mathrm{m} = p^*$ gesetzt wird. Deshalb kann (3) in der durchlässigen Region als Spezialfall von (4a) betrachtet werden.

DCS beim Menschen — die gasdurchlässige Region

(1) kann folgendermaßen aus (3) abgeleitet werden:

(3) kann umgeschrieben werden als

$$p_{\mathrm{ss}} = c \cdot p_{\mathrm{crush}} + d \tag{6a}$$

$$\text{wo} \quad c \equiv \frac{\gamma}{\gamma_{\mathrm{c}}} \tag{6b}$$

$$d \equiv \frac{2\gamma(\gamma_{\mathrm{c}} - \gamma)}{r_0^{\mathrm{min}} \cdot \gamma_{\mathrm{c}}} \tag{6c}$$

für gegebene Blasenzahl bei einem bestimmten Level konstant sind. Es folgt dann

$$p_1 - p_2 = c \cdot (p_1 - p_0) + d \tag{7a}$$

Auflösen nach p_1 ergibt:

$$p_1 = \frac{p_2}{1-c} + \frac{d - c \cdot p_0}{1-c} \tag{7b}$$

was das gleiche ist, wenn in (1) gesetzt wird

$$a \equiv \frac{1}{1-c} \equiv \frac{\gamma_{\mathrm{c}}}{\gamma_{\mathrm{c}} - \gamma} \tag{7c}$$

$$b \equiv \frac{d - c \cdot p_0}{1-c} \equiv \frac{2\gamma}{r_0^{\mathrm{min}}} - \frac{\gamma \cdot p_0}{\gamma_{\mathrm{c}} - \gamma} \tag{7d}$$

Um γ_{c} und r_0^{min} für den Menschen abzuschätzen, wird nun für a und b der Mittelwert der von verschiedenen Autoren angegebenen Zahlenwerte angesetzt:

a	b	Quelle	Anwendung
1,397	0,57	Barnard (1976), exp. Daten	
1,518	0,46	Des Grange (1956), 120 min-Gewebe	U.S.N. Standard-Tabellen
1,366	0,56	Hempleman (1969), $1,9 < p_1 < 7.0$ atm abs	R.N.P.L. Tabellen
1,375	0,52	Workman (1965), „M-value“, 240 min-Gewebe	U.S.N. Mischgas-Tabellen
1,385	0,42	Nishi & Kuehn (1973)	Kanadische Tabellen
1,401	0,47	Bühlmann (1969), 240 min-Gewebe, $1,0 < p_1 < 7.0$ atm abs	Schweizer Tabellen

$$a = 1,407 \tag{8a}$$

$$b = 0,50 \text{ atm abs} \tag{8b}$$

$$p_1 = 1,407 p_2 + 0,50 \text{ atm abs} \tag{8c}$$

Für die Oberflächenspannung γ wird folgender Wert angesetzt:

$$\gamma = 17,9 \ \frac{\mathrm{dyn}}{\mathrm{cm}} = 17,9 \ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{s}^2} \tag{9}$$

(7c), (8a) und (9) ergeben dann

$$\gamma_{\mathrm{c}} = 62 \ \frac{\mathrm{dyn}}{\mathrm{cm}} = 62 \ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{s}^2} \tag{10a}$$

aus (7d), (8b) und (10a) ergibt sich dann

$$r_0^{\mathrm{min}} = 0,39 \ \mu\mathrm{m} \tag{10b}$$

(jeweils für Menschen). Beobachtet in Gelatine wurden

$$55 \ \frac{\mathrm{dyn}}{\mathrm{cm}} \leq \gamma_{\mathrm{c}} \leq 98 \ \frac{\mathrm{dyn}}{\mathrm{cm}} \tag{11a}$$

und

$$0,07\ \mu\mathrm{m} \le r_0^{\mathrm{min}} \le 0,7\ \mu\mathrm{m} \tag{11b}$$

Undurchlässige Region

Hier wird angesetzt

$$\tau^* = p_0 = 1 \text{ atm abs} \tag{15}$$
$$p^* = 9,2 \text{ atm abs} \tag{16}$$

(für große Kerne, also für kleines N).

Berechnung von Tauchtabellen

Die Annahme einer konstanten Gaskeimbildung oder einer konstanten Blasenzahl entspricht nicht allen Bedingungen, die von den heutigen Tauchtabellen abgedeckt werden. Sie sind sehr sicher, erfordern aber manchmal sehr lange Aufstiegszeiten. Deshalb werden diese Tabellen hier als „gültige experimentelle Daten" angesehen und das Dekompressions-Kriterium davon ausgehend neu formuliert.

Im ersten Schritt wird *konstante Blasenzahl* durch *kritische Volumen Hypothese* ersetzt. Hierbei wird angenommen, daß Symptome dann auftreten, wenn das totale Volumen V alles in der Gasphase akkumulierten Inertgases einen bestimmten Wert V_{crit} überschreitet. Obwohl V_{crit} in allen bestehenden Tabellen als konstant angenommen wird, tritt ständig Inertgas neu in die Gasphase ein und verläßt diese auch andauernd. In diesem Sinne ist das neue Kriterium dynamisch und nicht statisch.

Die Idee, daß ständig Inertgas die Gasphase verläßt, wird durch Untersuchungen gestützt. Dies impliziert, daß es eine Blasenzahl N_{safe} gibt, die unabhängig vom Grad der Übersättigung p_{ss} immer toleriert werden kann.

Eine andere Auswirkung ist, daß die bestehenden Tauchtabellen „erlauben", daß die tatsächlich vorhandene Zahl an überkritischen Gaskeimen N_{actual} kurzzeitig größer ist als die tolerierbare Anzahl N_{safe}. Dadurch kann das Volumen der Gasphase proportional zu $p_{\mathrm{ss}}(N_{\mathrm{actual}} - N_{\mathrm{safe}})$ ansteigen. In der hier benutzten Formulierung kann das Gasphasen-Volumen ansteigen bis p_{ss} gleich Null ist. An diesem Punkt, gewöhnlich lange nachdem der Tauchgang beendet ist, hat das Nettovolumen des freigesetzten Inertgases den maximalen Wert V_{max} erreicht. Dieses muß kleiner als V_{crit} bleiben, damit Symptome der DCS vermieden werden.

Die Berechnung der Tauchtabelle beginnt nun mit der Spezifizierung von fünf Gaskeimbildungs-Parametern. Dies sind die Oberflächenspannung γ, die Kompression des Gaskeim-Häutchens γ_{c}, der minimale Anfangsradius r_0^{min}, die Zeitkonstante τ_{R} für die Regenerierung von bei der ersten Kompression kollabierten Gaskeimen sowie des Parameters λ, in dem verschiedene Größen zusammengefaßt werden und der mit V_{crit} in Beziehung steht. Durch λ wird letztlich gesteuert, um welchen Betrag die tatsächliche Blasenzahl N_{actual} die tolerierbare Blasenzahl N_{safe} übersteigen darf. Bei kurzen Tauchgängen ist N_{actual} viel größer als N_{safe}, aber bei langen sind beide ungefähr gleich groß.

Zunächst wird ein vorläufiger Schätzwert für p_{ss} berechnet, der gerade ausreicht, um den initialen Radius r_0^{min} und somit einen Wert für N_{safe} zu ermitteln. In der gasdurchlässigen Region kann der Radius r_1^{min}, resultierend aus einer Drucksenkung von p_0 nach p_1, erhalten werden nach der Gleichung

$$\frac{1}{r_1^{\mathrm{min}}} = \frac{1}{r_0^{\mathrm{min}}} + \frac{p_1 - p_0}{2(\gamma_{\mathrm{c}} - \gamma)} \tag{17}$$

Die Regenerierung der Gasblasenradien findet statt während der Zeit t_{R}, die beim Druck p_1 verblieben wird. Der Vorgang der Regenerierung wird durch einen komplexen statistisch-mechanischen Prozeß gesteuert, der hier durch einen exponentiellen Abfall mit Hilfe der Konstanten τ_{R} angenähert wird:

$$r(t_{\mathrm{R}}) = r_1^{\mathrm{min}} + (r_0^{\mathrm{min}} - r_1^{\mathrm{min}}) \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t_{\mathrm{R}}}{\tau_{\mathrm{R}}}}\right) \tag{18}$$

Anschließend wird ein Schätzwert für die Übersättigung $p_{\mathrm{ss}}^{\min}$ gewonnen nach der Gleichung

$$p_{\mathrm{ss}}^{\min} = 2\left(\frac{\gamma}{\gamma_{\mathrm{c}}}\right) \cdot \left(\frac{\gamma_{\mathrm{c}} - \gamma}{r(t_{\mathrm{R}})}\right) \tag{19}$$

Mit diesem beibehaltenen Wert für $p_{\mathrm{ss}}^{\min}$ wird nun ein Dekompressions-Profil und daraus die totale Dekompressionszeit t_{D} berechnet. Mit Hilfe von t_{D} wird ein neuer Wert $p_{\mathrm{ss}}^{\mathrm{new}}$ erhalten, woraus wiederum ein neuer Wert r_0^{new} ermittelt wird. Dieser ist kleiner als $r_0^{\min}$, so daß eine Blasenzahl größer als N_{safe} resultiert. Die zugrunde liegende Gleichung lautet:

$$p_{\mathrm{ss}}^{\mathrm{new}} = \frac{b + \sqrt{b^2 - 4c}}{2} \tag{20a}$$

$$\text{mit} \quad b = p_{\mathrm{ss}}^{\min} + \frac{\lambda\gamma}{\gamma_{\mathrm{c}}(t_{\mathrm{D}} + H/\ln 2)} \tag{20b}$$

$$c = \left(\frac{\gamma}{\gamma_{\mathrm{c}}}\right)^2 \cdot \left(\frac{\lambda(p_1 - p_0)}{t_{\mathrm{D}} + H/\ln 2}\right) \tag{20c}$$

H : Gewebe-Halbwertszeit

Die einzelnen Werte für $p_{\mathrm{ss}}^{\mathrm{new}}$ müssen für jedes „Gewebe“ bzw. „Kompartiment“ eingesetzt werden. Damit wird nun ein etwas genaueres Dekompressions-Profil berechnet, welches wiederum exaktere Werte für t_{D} und $p_{\mathrm{ss}}^{\mathrm{new}}$ liefert. Nach einigen Iterationen konvergieren t_{D} und $p_{\mathrm{ss}}^{\mathrm{new}}$ schließlich (sie ändern sich nicht mehr bei weiterer Anwendung der Gleichung). Somit wird erreicht, daß $V_{\max}$ sich nur durch eine kleine, akzeptable Differenz von V_{crit} unterscheidet.

Aufnahme und Abgabe des Inertgases werden als exponentiell angenommen — ebenso wie in den konventionellen Tabellen.

Da es hier hauptsächlich auf die Verhältnisse $\gamma/\gamma_{\mathrm{c}}$ und $2\gamma/r_0^{\min}$ ankommt, ist die Vorgabe von γ im wesentlichen beliebig. Hier wird $\gamma = 17,9$ dyn/cm eingesetzt, was $\gamma_{\mathrm{c}} = 257$ dyn/cm, $r_0^{\min} = 0,80$ μm, $\tau_{\mathrm{r}} = 20160$ min und $\lambda = 2272,73$ m $\cdot$ min ergibt. Dadurch wird sichergestellt, daß die totalen Dekompressionszeiten denen der U.S.N. (U.S. Navy) und R.N.P.L. (Royal Naval Physiological Laboratory) Tabellen ähneln.

Literatur

David E. Yount, *Application of a Bubble Formation Model to Decompression Sickness in Rats and Humans*, Aviation, Space and Environmental Medicine, January 1979

D. E. Yount, D. C. Hoffman, *On the Use of a Bubble Formation Model to Calculate Diving Tables*, Aviation, Space and Environmental Medicine, February 1986